Studienseminar Hildesheim
für das Lehramt an berufsbildenden Schulen

Handreichung für den Lernbereich Mathematik innerhalb des Berufsfeldes Ernährung

Mitwirkende:

Aldag, Melanie (LiVD)
Bork, Kerstin (LiVD)
Diers, Guido (LiVD)
Döring, Astrid (Fachleiterin)
Dr. Breiter, Till (LiVD)
Dr. Schmeelke, Kevin (LiVD)
Ford, Sorina (LiVD)
Hölscher, May-Britt (LiVD)
Matysek, Nina (LiVD)
Nebe, Bettina (LiVD)
Schiksnus, Linda (LiVD)
Schlesiger, Sarah (LiVD)
Schröder, Annette (LiVD)
Sinkemat, Nike (LiVD)
Tauber, Judith (LiVD)

2012

Inhaltsverzeichnis

Vorwort zu der didaktischen Handreichung Mathematik

Entstehungsgrund

Die vorliegende Handreichung soll eine Hilfestellung für Lehrerinnen und Lehrer sowie Lehrkräfte im Vorbereitungsdienst an berufsbildenden Schulen im Fachbereich Lebensmittelwissenschaft für den Lernbereich Mathematik sein. Mit der Einführung der neuen Rahmenlehrpläne und des Lernfeldkonzeptes durch die KMK wurde das Fächerprofil teilweise aufgehoben. Das Fach Mathematik wird nun integrativ in jedem Lernfeld unterrichtet. Das bedeutet, dass jede Lehrerin und jeder Lehrer diesen Lernbereich unterrichten muss, auch ohne didaktische und fachliche Vorkenntnisse. Wir als Fachseminar Lebensmittelwissenschaft des Studienseminars Hildesheim haben in dieser Handreichung den Versuch unternommen wichtige didaktische und fachliche Ansätze für den Lernbereich Mathematik mit Beispielaufgaben darzustellen. Der Fokus liegt dabei auf der für unsere Schülerinnen und Schüler wichtigsten Rechenart, dem Dreisatz.

Ein weiterer Hinweis zu Beginn

Alle Aufgaben, die diese Handreichung enthält, sollten bereits vor der geplanten Mathe-Einheit auf die Eignung für die Lerngruppe geprüft werden. Die Aufgaben können teilweise in ihren Niveaustufen variiert und so in verschiedenen Klassenstufen (BEK, BFS, BS) eingesetzt werden. Inwieweit sich die Aufgaben eignen weitere Rechenarten, wie Prozent- und Zinsrechnung, einzuführen, kann ebenfalls aus den Hinweisen zu den einzelnen Kapiteln entnommen werden.

Warum nur der proportionale Dreisatz?

In dieser Handreichung wurde der proportionale Dreisatz exemplarisch für die weiteren Varianten des Dreisatzes (proportionaler, zusammengesetzter Dreisatz) thematisiert. Diese Entscheidung resultiert aus der hohen Relevanz, die der Dreisatz für die Schülerinnen und Schüler sowohl im beruflichen als auch schulischen Alltag besitzt. Dies schlägt sich unter anderem darin nieder, dass in Abschlussprüfungen vorwiegend der proportionale Dreisatz Prüfungsgegenstand ist.

Zweisatz

Als Hinführung und für das Verständnis zum Dreisatz empfiehlt sich der Weg über den Zweisatz. Der Zweisatz ist ein Berechnungsverfahren zur Ermittlung des 1-Einheitswerts
(6 Äpfel kosten € 1,80; wie viel kostet 1 Apfel?)
Wird der Zweisatz vorgeschaltet, so ist für die Schülerinnen und Schülern die Proportionalität (die Zuordnung je mehr ein Wert wächst, desto mehr wächst auch ein anderer Wert) am Besten nachvollziehbar. Das Lösen von Dreisatzaufgaben ohne das Bewusstsein mathematischer Gesetzmäßigkeiten ist nicht empfehlenswert!

Formalitäten für Rechenaufgaben

In dieser Handreichung, soll bei der rechnerischen Lösung des einfachen Dreisatzes stets darauf geachtet werden, dass:

- die Multiplikations- und Divisionszeichen, als auch der Bruchstrich mit den mathematischen Zeichen (● ; **:** ; –) geführt werden, um den Schülerinnen und Schüler eine besserer Übersichtlichkeit und Verständlichkeit zu bieten.
- die Einheiten durch die Aufgaben immer mitgeführt werden, um zu gewährleisten, dass die Schülerinnen und Schüler zu jedem Zeitpunkt den Rechenweg verständlich verfolgen können.
- bei Textaufgaben auch ein Antwortsatz, inkl. Einheiten von den Schülerinnen und Schülern verlangt wird, damit sie sich zum Schluss der Aufgabe noch einmal gedanklich damit auseinandersetzten und nachvollziehen können, was sie in der jeweiligen Aufgabe gerechnet haben.

Das EIS-Prinzip

In den Diskussionen der vergangenen Seminarsitzungen hat sich herausgestellt, dass sich das EIS-Prinzip für die Vermittlung des Dreisatzes an leistungsschwache Schülerinnen und Schüler besonders gut eignet. Die Schülerinnen und Schüler werden langsam und über ihnen bekannten und nachvollziehbaren Sachverhalten an die jeweilige Problematik herangeführt, ohne sie zu demotivieren. Dies kann leicht geschehen, konfrontiert man sie direkt mit mathematischen Formeln.

Nach J. Bruner (vgl. Hafenbrink, WS 2004/2005) kann ein mathematischer Sachverhalt auf drei verschiedene Arten dargestellt werden:

Enaktiv, d.h. die Erfassung von Sachverhalten durch eigenes Handeln mit Realien,

Ikonisch, d.h. die Erfassung von Sachverhalten durch bildliche Darstellungen,

Symbolisch, d.h. symbolisch oder formal, also die Erfassung von mathematischen Sachverhalten im mathematischen Zeichensystem (a+b=c) (vgl. Zech, 1998).

⇨ Im Verlauf des Lernfortschrittes ergibt sich eine Akzentverschiebung. Zunächst sollten die enaktiven Vermittlungsformen, im weiteren Verlauf die ikonischen und schließlich die symbolischen Darstellungen dominieren (vgl. Zech, 1998).

Nach diesem Prinzip sollte ein mathematischer Sachverhalt, in diesem Fall der proportionale Dreisatz, möglichst auf allen drei Ebenen vermittelt werden, um das Verständnis der Schülerinnen und Schüler für diese Art von Problemen zu schulen und sie von der haptischen (greifbaren) auf die abstrakte (symbolische) Ebene zu führen.

Quellen:

http://www.didmath.ewf.uni-erlangen.de/Vorlesungen/Hauptschule/Zahlbereiche/ws08_09/Did06_04.pdf

Zech, F. (1998). Grundkurs Mathematik - Theoretische und praktische Anleitung für das Lehren und Lernen von Mathematik. Weinheim.

Aufgabenstellung	**Rechenweg (Musterlösung) für das Erlernen des proportionalen Dreisatzes.**
Variationsmöglichkeiten	Zum Beibringen des proportionalen Dreisatzes sind drei Rechenwege aufgeführt: • **Tabellenform (empfehlenswert)** übertragbar auf Prozent- /Zinsrechnung. Beim sicheren Umgang mit dem Rechenweg in Tabellenform kann die Tabelle reduziert werden. • **Rechnen ohne Tabelle** (weniger empfehlenswert) • **Rechnen über Kreuz** (weniger empfehlenswert)
Anvisierte Zielgruppe	Grundstufe Köche/innen, Berufsfachschule Gastronomie (1-jährig), Grundstufe Restaurantfachmann/frau und Hotelfachmann/frau. Der Rechenweg in Tabellenform ist prinzipiell zur Einführung vom proportionalen Dreisatz auch in anderen Bildungsgängen und Klassenstufen geeignet.
Anforderungsniveau	Gering
Mögliche Einschränkungen der Aufgabe, spezielle Hinweise	Die Rechenwege Variante 2 und Variante 3 tragen nicht zum **Verständnis** des proportionalen Dreisatzes bei. Durch Auswendiglernen des Rechenweges ist ein Lösen der Aufgabe jedoch ebenfalls möglich.
Materialien	Tafel, Arbeitsblatt
Diskussionspunkte im Seminar	Einheiten immer angeben, Rechenzeichen immer als Punkte darstellen, **Rechenergebnis** mit in der Tabelle darstellen, Bruchstriche verwenden.

Aufgabe:
Im Restaurant Knolle wird das alljährliche Kartoffelfest ausgerichtet. Es soll eine Auswahl an verschiedenen Kartoffelgerichten angeboten werden.
Die hierfür benötigten Kartoffeln bezieht das Restaurant bei einem benachbarten Landwirt.
Dieser bietet 18 kg Kartoffeln an zu 19,90 €.
Aus den Erfahrungen der Vorjahre wird mit einer Kartoffelmenge von 250 kg kalkuliert.
Wie viel Euro € muss Ihr Küchenchef überweisen?

Variante 1:

	Kartoffeln in kg	**€**
	18 kg	19,90 €
: 18	1 kg	$\frac{19{,}90\ €}{18}$
• 250	250 kg	$\frac{19{,}90\ €}{18}$ • 250 = **276.39 €**

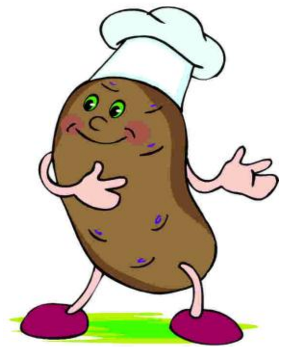
Variante 2 :

18 kg = 19,90 €
1 kg = 19,90 € :18 — : 18
250 kg = 19,90 € :18 • 250 — • 250
250 kg = **276,39 €**

Variante 3:

18 kg Kartoffeln = 19,90 €
250 kg Kartoffeln = x €

250 kg = **276,39 €**



Aufgabenstellung	**Dieses Kapitel zeigt eine beispielhafte Möglichkeit, wie der Dreisatz aus einer Textaufgabe abgeleitet, anschaulich dargestellt und somit erstmals im Unterricht eingeführt werden kann.**
Variationsmöglichkeiten	Die Aufgabe eignet sich als Einführung in den Dreisatz, wenn lediglich eine Zutat berechnet wird. Beim weiteren Einüben des Dreisatzes können die SuS entsprechend ihres Lernniveaus sukzessive an eine komplett eigenständige Lösung herangeführt werden, indem jeweils unterschiedlich stark vorausgefüllte Tabellen vorgegeben werden.
Anvisierte Zielgruppe	• Grundstufe Bäcker/Verkäufer • Darstellungsweise des Dreisatzes in Form der Tabelle ist prinzipiell zur Einführung von diesem geeignet und kann daher auch in anderen Bildungsgängen und Klassenstufen verwendet werden.
Anforderungsniveau	• gering
Mögliche Einschränkungen der Aufgabe, spezielle Hinweise	• Sollen die Menge der für Rezepte benötigten Zutaten hoch- oder runtergerechnet werden, kann dies auch mittels der Schlüsselzahl geschehen.
Materialien	• Tafel, Arbeitsblatt, Overheadprojektor
Diskussionspunkte im Seminar	• Einheiten immer angeben • Rechenzeichen korrekt verwenden, so wie sie auch im Unterricht Anwendung finden (richtiger Bruchstrich, Punkt bei der Multiplikation verwenden statt „x“) • Rechenergebnis mit in der Tabelle darstellen.

Peter kommt am Montagmorgen in die Backstube. Verwundert stellt er fest, dass der Meister nicht da ist und ein Zettel am Ofen hängt:

Lieber Peter,
leider bin ich heute Nacht krank geworden. Kannst du bitte die Bestellung von 18 Weißbroten für das Hotel Meerblick fertig machen? Unser Standardrezept für 5 Weißbrote findest du in der Teigecke.
Uwe

<u>Standardrezept für 5 Weißbrote</u>
3 kg Mehl
1,4 l Wasser
300g Hefe
35 g Salz

Peter betrachtet das Rezept. „Wie soll ich denn aus diesem Rezept die Menge für 18 Weißbrote berechnen?“, fragt er sich.

Helfen Sie Peter und berechnen Sie die benötigten Zutaten für 18 Weißbrote. Nutzen Sie hierfür das folgende Schema.

Beispiel:

	Das wissen wir: Brot (Stück)	Das suchen wir: Mehl (kg)
1. Wir wissen!	:5 5 Stück	3 kg :5
2. Wie viel kg Mehl brauchen wir für 1Brot?	•18 1 Stück	$\frac{3}{5}$ kg • 18
3. Wir wollen wissen?	1 Stück •18	$\frac{3}{5}$ kg • 18
	⇩ 18 Stück	⇩ 10,800 kg

<u>Antwortsatz: Für 18 Weißbrote werden 10,800 kg Mehl benötigt.</u>

Rezeptberechnung für 18 Weißbrote:

Brot (Stück)	Wasser (l)
5 Stück	1,400 l

Brot (Stück)	Hefe (g)
5 Stück	

Brot (Stück)	Salz (g)

Aufgabenstellung	Visualisierungsmöglichkeiten des Dreisatzes mithilfe des EIS-Prinzips Visualisierung des Zweisatzes als Vorstufe zum Dreisatz
Variationsmöglichkeiten	Die ikonische Darstellung der Aufgabe fördert das Verständnis für Zahlenverhältnisse. Zusätzlich kann die enaktive Darstellung als Hilfe verwendet werden. Die dargestellten Lebensmittel können an die jeweiligen Ausbildungsberufe angepasst werden.
Anvisierte Zielgruppen	Grundstufen aller Ausbildungsberufe Berufsvorbereitungsjahr Berufseinstiegsschulen Berufsfachschulen
Anforderungsniveau	Das Niveau der Aufgaben ist gering. Der Zweisatz sollte für schwache Schüler als Vorstufe zum Dreisatz eingeführt werden. Die Visualisierung des Zweisatzes soll anfangs eine Hilfestellung für Schülerinnen und Schüler darstellen. Um die Zahlenverhältnisse noch deutlicher darzustellen, kann eine enaktive Darstellung des Sachverhaltes zu Beginn stattfinden.
spezielle Hinweise	Es ist sinnvoll vor der Bearbeitung des Dreisatzes den Zweisatz zu visualisieren, um das Verständnis für Zahlenverhältnisse bei den Schülern zu fördern.
Materialien	Arbeitsblätter Realien (wenn zusätzlich eine enaktive Darstellung der Zusammenhänge vorgenommen wird)
Diskussionspunkte im Seminar	Die symbolische Darstellungen muss deutlich dargestellt sein.

Weniger Wein in der Flasche

ergibt weniger volle Gläser

Mehr Wein in der Flasche

ergibt mehr volle Gläser

Aufgabe:
Im Lager steht nur noch eine volle Flasche Rotwein (750ml). Vier Gäste besuchen das Restaurant und bestellen je ein Glas Rotwein. Ein Glas wird immer mit 200ml befüllt.
Bekommen alle Gäste ein Glas oder müssen Sie ihnen etwas anderes anbieten?

Lösung (enaktiv):
Die Schülerinnen und Schüler befüllen die Gläser mit je 200ml.
Lösung (ikonisch):

Wein ml	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700	750	800
Glas ml	Glas 1 (voll)				Glas 2 (voll)				Glas 3 (voll)				Glas 4 (nicht voll)			

Lösung (symbolisch):
Beispiel 1:
Ein Glas wird mit 200ml Rotwein befüllt. Wie viel ml werden für vier volle Gläser benötigt?
Rechenweg 1:

	Gläser	Wein in ml	
· 4	1	200 ml	· 4
	4	200 ml · 4 = **800 ml**	

Antwortsatz: Für vier Gläser werden 800 ml Rotwein benötigt.

Beispiel 2:
Eine volle Flasche enthält 750 ml Rotwein. Wie viel Wein würde jeder Gast bekommen?
Rechenweg 2:

	Wein in ml	Gläser	
: 4	750 ml	4	: 4
	750 ml : 4 = **187,5 ml**	1	

Antwortsatz: Jeder Gast würde ein Glas mit 187,5 ml Wein bekommen.

Aufgabenstellung	In diesem Teil der Handreichung wird ein Beispiel für die enaktive Lösung eines mathematischen Problems dargestellt.
Variationsmöglichkeiten	Die eigentliche Aufgabe ist vom Niveau her als einfach anzusehen. Durch Variation der Flaschen und Gläsergröße kann diese jedoch erhöht werden. Wird zusätzlich noch Prozentrechnung in die Aufgabenstellung hineingenommen, wird das Niveau weiter erhöht. Ebenso eignet sich das Prinzip, um z.B. Schäl- / Putzverluste zu bestimmen.
Anvisierte Zielgruppe	Grundstufe Gastronomie (besonders Refa / Hofa; für Köche bietet sich eher die Variante mit Schäl- & Putzverlusten an.)
Anspruch	niedrig bis hoch
Mögliche Einschränkungen der Aufgabe, spezielle Hinweise	Die Aufgabe ist sehr berufsspezifisch und sollte für den jeweiligen Ausbildungsberuf angepasst werden.
Materialien	Gläser, Flaschen, Flaschenausgießer, Wasser (ggf. farbig, um „realistischer“ zu wirken), Küchenrolle, Umfüllgefäße, evtl. Trichter
Diskussionspunkte im Seminar	Die Aufgabe eignet sich in dieser Form für die Einführung des Dreisatzes. Ebenso eignet sich die Berechnung des Schankverlusts in Prozent dazu, von erfahreneren Schülerinnen und Schülern berechnet bzw. an späterer Stelle eingesetzt zu werden, zumal dies einen höhere Realitätsbezug besitzt. Die enaktive Vorgehensweise, die durch das Umfüllen von Wasser in die Gläser verdeutlicht wird, findet großen Zuspruch bei den Seminarteilnehmerinnen und Seminarteilnehmer. Die Form der Tabelle dieser Gruppe bietet den Vorteil, dass dank der Einheiten das Kürzen wesentlich einfacher erscheint. Ein gutes Argument für die Nutzung von Einheiten wäre es, dass diese die Zuordnung erleichtern, wenn die Aufgaben ohne Tabelle berechnet werden.

Fachmathematik Gastronomie: Dreisatz

Enaktive Umsetzung → Berechnung des Schankverlustes

Lernsituation

Bei der Barinventur stellt der F&B-Manager Richard Collins fest, dass im letzten Jahr 50 Flaschen 0,7 l-Weinbrand ausgeschenkt wurden. Boniert wurden 1600 Gläser (á 2 cl). Das erscheint ihm zu wenig. Hat sich etwa jemand von der Barcrew bedient?

(oder Saft, Sekt 0,75; Wein, Spirituosen, Erfrischungsgetränke)

Preise

- Einkaufspreis: 0,7 l Weinbrand= 16,00 €
- Verkaufspreis: 2 cl Weinbrand = 2,50 €

Leitfragen

- Wie viele 2 cl Gläser ergeben im Schüttversuch eine Flasche 0,7 l-Weinbrand?
  → *(A: 32 Gläser)*
- Wie viel cl fasst eine Flasche 0,7 l-Weinbrand?
  → *(A: 70 cl)*
- Wie viele 2 cl Gläser ergeben rechnerisch eine Flasche 0,7 l-Weinbrand?
  → *(A: 35 Gläser)*
- Wie viele Gläser sind als Verlust pro Flasche 0,7 l-Weinbrand zu verzeichnen?
  → *(A: 3 Gläser)*
- Wie hoch ist dieser „Schankverlust“ **in %** pro 0,7 l-Weinbrand ausgedrückt?
  → *(A: ≈ 8,57 %)*
- Wie hoch ist dieser „Schankverlust“ **in €** pro 0,7 l-Weinbrand ausgedrückt?
  → *(A: ≈ 1,37 €)*

Stundenziel (á 90 Min.)

Die Schülerinnen und Schüler untersuchen in arbeitsteiligen Gruppen mit Hilfe von wassergefüllten Weinbrandflaschen und Gläsern den Schankverlust.

Rechnung

Einheiten umrechnen → 0,7 l · 100 = 70 cl
→ 70 cl : 2 cl/Glas = 35 Gläser

Problem → Schüttversuch ergibt = 32 Gläser
a) → Verlust = 3 Gläser (% Schankverlust pro Flasche ?)

Wareneinsatz → 16 € : 35 = 0,46 € (pro Glas <u>ohne</u> Schankverlust)

→ 16 €: 32 = 0,50 € (pro Glas <u>inkl.</u> Schankverlust)

b) → 16 € : 100 · 8,6 = 1,37 € (Schankverlust in € pro Flasche)

Dreisatz

a) Schankverlust in Prozent pro Flasche:

	Gläser	**%**	
:35	35 Gläser	100 %	**:35**
	1 Glas	$\frac{100\,\%}{35}$	
·3	3 Gläser	$\frac{100\,\% \cdot 3}{35} \approx \underline{8{,}57\,\%}$	**·3**

b) Schankverlust in € pro Flasche:

	%	**€ pro Flasche**	
	100 %	16 €	
:100	1 %	$\frac{16\ €}{100}$	**:100**
·8,6	8,6 %	$\frac{16\ € \cdot 8,57}{100} \approx \underline{1,37\ €}$	**·8,6**

Aufgabenstellung	**Berechnung eines Dreisatzes mithilfe einer Eselsbrücke.**
Variationsmöglichkeiten	Eselsbrücken bieten keine Variationsmöglichkeiten. Sie sind einfache Merksätze, die durch Auswendiglernen im Kopf bleiben.
Anvisierte Zielgruppe	Lernschwache Schülerinnen und Schüler, z.B. aus der • Berufseinstiegsklasse (BEK) • Berufsfachschule (BFS) • Berufsvorbereitungsjahr (BVJ)
Anforderungsniveau	gering
Mögliche Einschränkungen der Aufgabe, spezielle Hinweise	Beim Merken einer Eselsbrücke handelt es sich um Auswendiglernen eines Satzes. Dieser Prozess sagt somit nichts über das Verständnis für eine Aufgabe aus. Deshalb eignen sich Eselsbrücken nur eingeschränkt und sollten erst als letzte Methode hinzugezogen werden. Eselsbrücken sind nicht übertragbar; ein proportionaler Dreisatz kann zwar errechnet werden, allerdings liefert der Merksatz nur die eine Möglichkeit der Ergebnisfindung.
Materialien	• Tafel • Folie • Overheadprojektor
Diskussionspunkte im Seminar	• Einheiten immer angeben • Merksatz direkt unter die Tabelle

Eselsbrücke
Merke: Gleiche Einheiten stehen untereinander, die gesuchte Variable steht unten rechts in der Tabelle.

Beispiel: 2 kg Äpfel kosten 3 €, wie viel kosten 13 kg?

2 kg	3 €
13 kg	X

<u>Einen geraden Dreisatz rechnest Du ganz fix, rechts durch links mal unten gleich X</u>

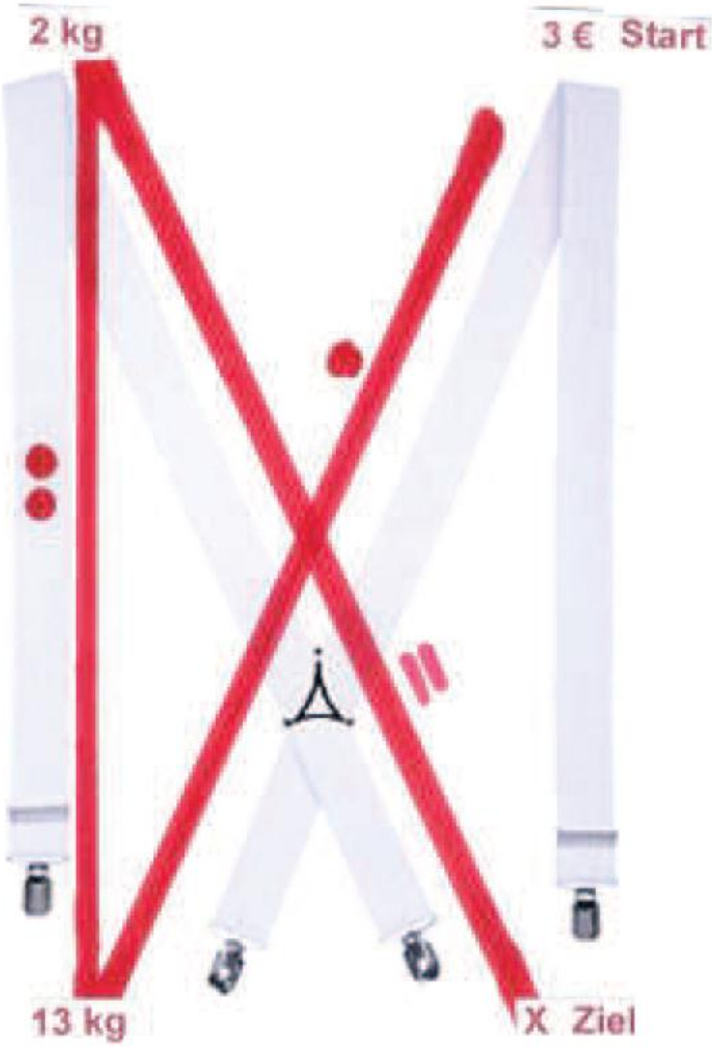
Beispiel:

$$\frac{3\text{ €}}{2\text{ kg}} \cdot 13\text{ kg} = X$$

<u>X = 19,50 €</u>

Aufgabenstellung	Visualisierung des Dreisatzes mittels Hosenträger.
Variationsmöglichkeiten	Die Schülerinnen und Schüler merken sich das Bild eines Hosenträgers inklusive Rechenzeichen. Neben den austauschbaren Werten kann auch der Hosenträger durch ein anderes Bild, das eine X-ähnliche Struktur aufweist, ausgetauscht werden.
Anvisierte Zielgruppe	Lernschwache Schülerinnen und Schüler, z.B. aus der • Berufseinstiegsklasse (BEK) • Berufsfachschule (BFS) • Berufsvorbereitungsjahr (BVJ)
Anforderungsniveau	gering
Mögliche Einschränkungen der Aufgabe, spezielle Hinweise	Die Schülerinnen und Schüler versinnbildlichen die Hosenträger. Es besteht also kein Zusammenhang zwischen dem Verwenden eines Hosenträgers und dem Ergebnis. Ähnlich der Eselsbrücke geht es hier ums Merken einer Struktur und nicht um das Verständnis einer Aufgabe. Auch diese Methode eignet sich nur eingeschränkt und sollte erst als letztes Mittel hinzugezogen werden.
Materialien	• Arbeitsblatt • Folie • Overheadprojektor
Diskussionspunkte im Seminar	• Einheiten immer angeben • Anfang der Aufgabe angeben

Visualisierung mittels Hosenträger



Beispiel:

$$3\,€ \cdot \frac{13\text{ kg}}{2\text{ kg}} = X$$

<u>X = 19,50 €</u>